

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

## Mathématiques

### Niveau supérieur

### Épreuve 2

Mardi 14 mai 2019 (matin)

Numéro de session du candidat

2 heures

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[100 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

### Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 5]

Dans le triangle  $ABC$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 14$  et  $AC = 11$ .

Trouvez tous les angles intérieurs du triangle. Donnez vos réponses en degrés avec une précision d'une décimale.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 5]

Timmy possède un magasin. Son revenu quotidien, issu de la vente de ses produits, peut être modélisé par une distribution normale, dont le revenu quotidien moyen est de 820 \$ et l'écart type est de 230 \$. Pour réaliser un profit, le revenu quotidien de Timmy doit être supérieur à 1000 \$.

- (a) Calculez la probabilité que, lors d'une journée choisie au hasard, Timmy réalise un profit. [2]

Le magasin est ouvert 24 jours chaque mois.

- (b) Calculez la probabilité que, lors d'un mois choisi au hasard, Timmy réalise un profit entre 5 et 10 jours (inclusivement). [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

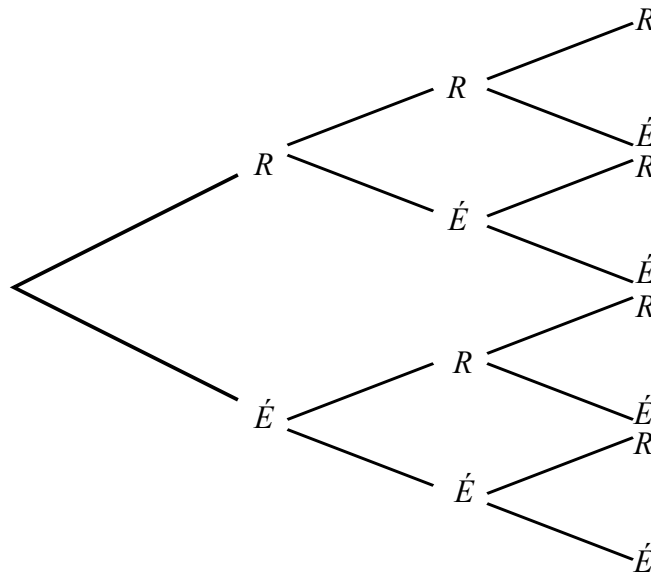


12EP03

3. [Note maximale : 8]

Iqbal fait trois examens blancs en mathématiques. La probabilité qu'il réussisse le premier examen est de 0,6. Lorsqu'il réussit un examen, sa confiance s'accroît, de sorte que la probabilité qu'il réussisse le prochain examen augmente de 0,1. Lorsqu'il échoue à un examen, la probabilité qu'il réussisse le prochain examen est de 0,6.

- (a) Complétez le diagramme en arbre donné pour les trois examens blancs d'Iqbal, en légendant chaque branche avec la bonne probabilité. [3]



- (b) Calculez la probabilité qu'Iqbal réussisse au moins deux des examens qu'il a faits. [2]

- (c) Trouvez la probabilité qu'Iqbal réussisse son troisième examen étant donné qu'il a réussi seulement un des examens précédents. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

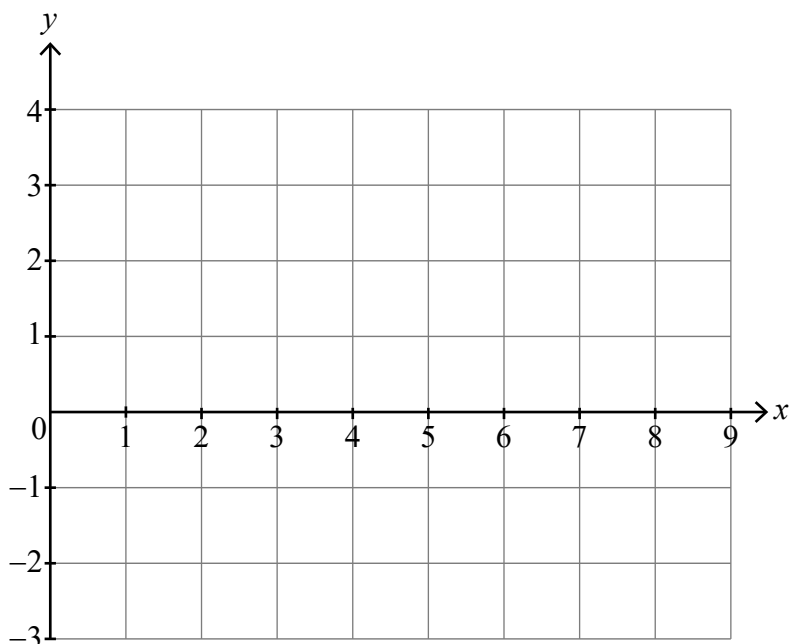
.....



4. [Note maximale : 6]

(a) Esquissez les représentations graphiques de  $y = \sin^3 x + \ln x$  et  $y = 1 + \cos x$  sur le système d'axes suivant pour  $0 < x \leq 9$ .

[2]



(b) À partir de là, résolvez  $\sin^3 x + \ln x - \cos x - 1 < 0$  dans l'intervalle  $0 < x \leq 9$ .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Note maximale : 6]

(a) Prouvez l'identité  $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} \equiv \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ . [4]

(b) Résolvez l'équation  $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \sqrt{3}$  pour  $0 \leq x < 2\pi$ . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 6]

Une particule se déplace le long d'une droite horizontale de sorte qu'à l'instant  $t$  secondes,  $t \geq 0$ , son accélération  $a$  est donnée par  $a = 2t - 1$ . Lorsque  $t = 6$ , son déplacement  $s$  par rapport à une origine fixe O est 18,25 m.

Lorsque  $t = 15$ , son déplacement par rapport à O est 922,75 m. Trouvez une expression pour  $s$  en fonction de  $t$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

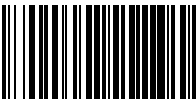
.....

.....

.....

.....

.....





7. [Note maximale : 7]

Supposez que  $u_1$  est le premier terme d'une série géométrique de raison  $r$ .  
Prouvez, par récurrence, que la somme des  $n$  premiers termes,  $S_n$ , est donnée par

$$S_n = \frac{u_1(1-r^n)}{1-r}, \text{ où } n \in \mathbb{Z}^+.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP08

8. [Note maximale : 7]

(a) Trouvez les racines de l'équation  $w^3 = 8i$ ,  $w \in \mathbb{C}$ . Donnez vos réponses sous forme cartésienne. [4]

Une des racines,  $w_1$ , satisfait la condition  $\operatorname{Re}(w_1) = 0$ .

(b) Étant donné que  $w_1 = \frac{z}{z-i}$ , exprimez  $z$  sous la forme  $a + bi$ , où  $a, b \in \mathbb{Q}$ . [3]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

### Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

9. [Note maximale : 15]

Considérez le polynôme  $P(z) \equiv z^4 - 6z^3 - 2z^2 + 58z - 51, z \in \mathbb{C}$ .

- (a) Exprimez  $P(z)$  sous la forme  $(z^2 + az + b)(z^2 + cz + d)$ , où  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . [7]
- (b) Esquissez la représentation graphique de  $y = x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 58x - 51$ , en indiquant clairement les coordonnées de tout maximum et minimum ainsi que de tout point d'intersection avec les axes. [6]
- (c) À partir de là ou par toute autre méthode, indiquez la condition sur  $k \in \mathbb{R}$  telle que toutes les racines de l'équation  $P(z) = k$  sont réelles. [2]

10. [Note maximale : 16]

Stef, le chat errant, se rend souvent chez Will à la recherche de nourriture. Soit  $X$  la variable aléatoire discrète définie comme étant « le nombre de fois par jour que Stef se rend chez Will ».

La variable aléatoire  $X$  peut être modélisée par une distribution de Poisson de moyenne 2,1.

- (a) Trouvez la probabilité que lors d'une journée choisie au hasard, Stef ne se rende pas chez Will. [2]

Soit  $Y$  la variable aléatoire discrète définie comme étant « le nombre de fois par jour que Stef est nourri chez Will ». Stef est nourri seulement lors de ses quatre premières visites chaque jour.

- (b) Recopiez et complétez le tableau de distribution de probabilité pour  $Y$ . [4]

|            |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|
| $y$        | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P(Y = y)$ |   |   |   |   |   |

- (c) À partir de là, trouvez le nombre espéré de fois par jour que Stef est nourri chez Will. [3]
- (d) Au cours d'une année donnée de 365 jours, la probabilité que Stef ne se rende pas chez Will pour un total d'au plus  $n$  jours est de 0,5 (à une décimale près). Trouvez la valeur de  $n$ . [3]
- (e) Montrez que le nombre espéré de fois par année où Stef se rend chez Will et n'est pas nourri est d'au moins 30. [4]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

11. [Note maximale : 19]

Le plan  $\Pi_1$  contient les points  $P(1; 6; -7)$ ,  $Q(0; 1; 1)$  et  $R(2; 0; -4)$ .

(a) Trouvez l'équation cartésienne du plan contenant  $P$ ,  $Q$  et  $R$ . [6]

L'équation cartésienne du plan  $\Pi_2$  est donnée par  $x - 3y - z = 3$ .

(b) Étant donné que l'intersection entre  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  est une droite  $L$ , vérifiez que l'équation

vectorielle de  $L$  peut être donnée par  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} \\ 0 \\ -\frac{7}{4} \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$ . [3]

L'équation cartésienne du plan  $\Pi_3$  est donnée par  $ax + by + cz = 1$ .

(c) Étant donné que  $\Pi_3$  est parallèle à la droite  $L$ , montrez que  $a + 2b - 5c = 0$ . [1]

Considérez le cas où  $\Pi_3$  contient  $L$ .

(d) (i) Montrez que  $5a - 7c = 4$ .

(ii) Étant donné que  $\Pi_3$  est également incliné par rapport à  $\Pi_1$  et à  $\Pi_2$ , déterminez deux équations cartésiennes distinctes possibles pour  $\Pi_3$ . [9]



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne  
seront pas corrigées.



12EP12